

Modelloptimierung mittels modaler Partizipationsfaktoren für Simulationen von Magnet-Resonanz-Tomographen

Christopher A. Ströhlein^{1,3}, Andreas Krug¹, Axel vom Endt¹, Peter Dietz¹, Hermann Landes²

¹ – SIEMENS Healthineers, Erlangen, ² – SIMetris, Erlangen, ³ – Universität Regensburg

Summary

Magnetic resonance imaging (MRI) relies on the superposition of dynamic electromagnetic fields and a high static magnetic field. Due to eddy currents induced by the dynamic fields in conductive components of the system, Lorentz forces are generated, leading to mechanical vibrations, which in turn produce eddy currents and further field variations. A consequence of this magneto-mechanical coupling are frequency-dependent heat loads caused by eddy current losses. Former simulations [1-4] investigated this behaviour via coupled solving algorithms, usually demanding long computation times.

In this work, an algorithm is presented using a drastically simplified approach to get estimations concerning the magneto-mechanical behaviour of the MRI system. Therefore, it is assumed that the main characteristics of the system are described by modal participation factors of the cryogenic shielding. With the results of this rough estimation, meshing parameters of the underlying mesh are optimized without running the complex coupled simulation. A comparison of the optimized mesh to a mesh with high resolution confirms the success of the optimization also in the coupled case.

Keywords

magnetic resonance imaging, magnetomechanics, finite elements, eddy currents, mesh optimization

1 Einleitung

Die Magnet-Resonanz-Tomographie (MRT) basiert auf der Überlagerung von dynamischen elektromagnetischen Feldern und einem starken statischen Magnetfeld. Bedingt durch die dynamischen Felder werden jedoch Wirbelströme auf leitfähigen Strukturen des MR-Systems induziert. Folglich entstehen Vibrationen durch die Wechselwirkung der Wirbelströme mit dem statischen Grundfeld (Lorentzkräfte). Diese Bewegungen erzeugen wiederum Wirbelströme und damit zusätzlich dynamische Feldschwankungen. Bedingt durch die beschriebenen Effekte ergibt sich eine magneto-mechanische Kopplung im MRT-Gerät, welche zu frequenzabhängigen Bildstörungen sowie Wärmeeinträgen durch Wirbelstromverluste führt. Die Quelle der aktiv erzeugten dynamischen Felder ist die sogenannte Gradientenspule (GC), deren Leiterdesign die räumliche Verteilung der Felder definiert und entsprechend starken Einfluss auf die skizzierten Vorgänge ausübt.

Um diesen Einfluss zu verstehen, werden bei den Finite-Elemente-Simulationsansätzen direkte oder iterativ gekoppelte Lösungsmethoden verwendet [1-4]. Mit Hilfe dieser unter Umständen recht zeitaufwändigen Berechnungsverfahren konnten vollständige dreidimensionale Modelle konstruiert und gelöst werden. Anhand der erzielten Ergebnisse wurden dominante Kriterien zur Erzeugung des wirbelstrominduzierten Wärmeeintrags abgeleitet. Dies gestattete eine Reduzierung der Komplexität des zugrundeliegenden Modells. Mittels des vereinfachten Modells können Netzeigenschaften mit deutlich reduziertem Zeitaufwand kontrolliert und optimiert werden.

2 Hintergründe & Motivation

2.1 MRT-System: Aufbau und Anforderungen

Die MR-Bildgebung erzeugt durch wohldefinierte Abfolgen von Magnetfeldmodifikationen (MR-Sequenz) hochfrequente elektromagnetische Signalantworten im abzubildenden Objekt. Diese Antwortsignale werden im klinischen Alltag meist zur Rekonstruktion der Anatomie des Patienten genutzt. Um ein großes Signal-zu-Rausch-Verhältnis in der Signalantwort zu erhalten, wird ein möglichst hohes statisches Grundmagnetfeld (B_0 -Feld) benötigt, welches im Bildgebungsvolumen von hoher Homogenität sein muss. Typische Magnetfeldstärken im Bildgebungsvolumen sind hierbei 1,5 T und 3 T.

Die Erzeugung derartig großer Feldstärken für angemessene Volumina wird heutzutage ausschließlich über supraleitende Magnetspulen realisiert. Zur Aufrechterhaltung der Supraleitung müssen die Hauptspulen mit flüssigem Helium gekühlt und nach außen über einen Kryostaten gegen Wärmeeinträge abgeschirmt werden. Der Kryostat besteht dabei meist aus mehreren zueinander isolierten, metallischen Kesseln, welche die Spulen des Hauptmagneten umfassen (siehe Abbildung 1). Für die Isolation maßgebend ist der rot eingefärbte Kessel, der kryogenische Schild, welcher aus hochleitfähigem Material gefertigt wird und somit ausgeprägte elektromagnetisch abschirmende Eigenschaften besitzt. Im Zuge einer MR-Sequenz werden lineare Magnetfeldgradienten entlang der drei Raumrichtungen (x, y und z) dynamisch geschaltet.

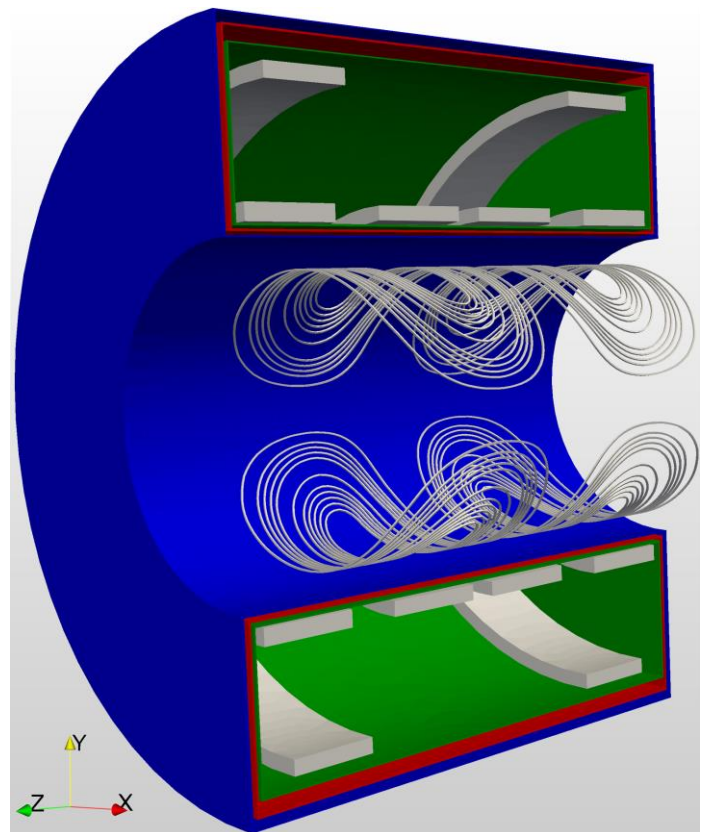


Abbildung 1: Ausschnitt der magneto-mechanisch relevanten Systemkomponenten einer MRT-Anlage. Rot dargestellt ist der kryogenische Schild, dessen Hauptaufgabe die Abschirmung der Hauptspulen (große Ringstrukturen) ist. Der Schild übt charakteristischen Einfluss auf das magneto-mechanische Verhalten des Systems aus. Die sattelförmigen Gebilde im Zentrum zeigen die Leiterstruktur eines y-Gradienten.

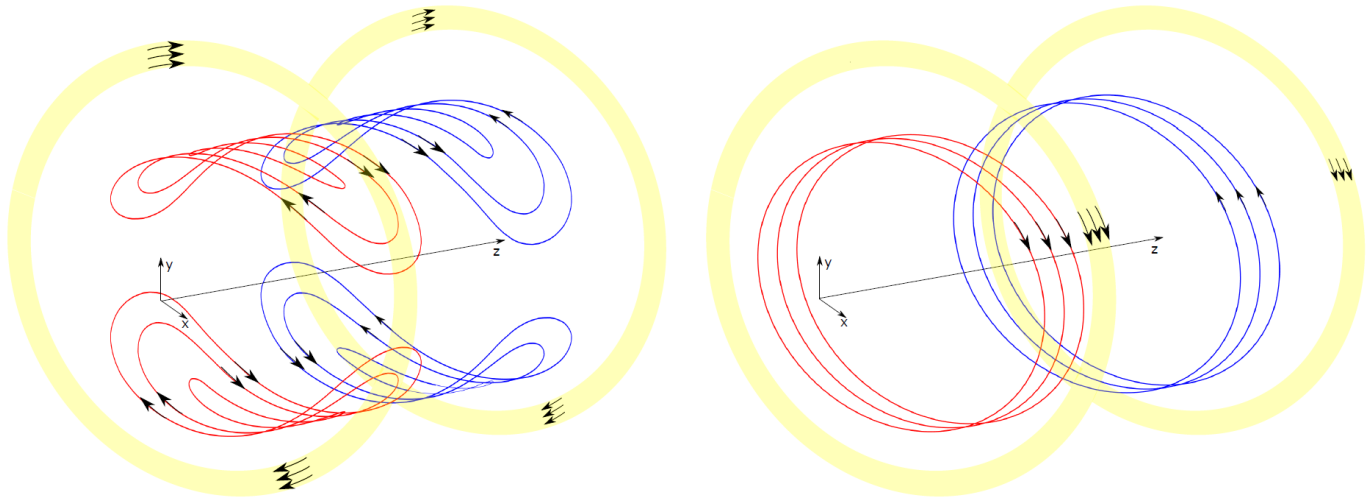


Abbildung 2: Schematische Darstellung einer y-GC (links) und einer z-GC (rechts). Die Grundfeldmagnetspulen sind gelb angedeutet. Die Pfeile zeigen die Stromrichtungen innerhalb der jeweiligen Leiter an. Während z-GC aufgrund der Axialsymmetrie auf ein zweidimensionales Modell reduziert werden können, verlangt die Modellierung einer y-GC ein volles 3D-Modell. Zudem kann das Modell von Gradientenspulen auf ein Achtelmodell reduziert werden, während die unterschiedliche Symmetrie der Ströme in den Haupt- und Gradientenspulen mindestens die Modellierung eines Viertelmodells zur Abbildung des Gesamtsystems bedarf.

Erzeugt werden die Gradientenfelder durch Gradientenspulen, die nach außen durch zusätzliche Stromleiter aktiv geschirmt werden. So können sowohl möglichst lineare Gradientenfelder im Bildgebungsvolumen erzeugt werden, als auch die im leitfähigen Kryostaten generierten Wirbelströme minimiert werden. Das ist unter anderem nötig, um den durch die Wirbelströme erzeugten Wärmeeintrag in den Kryostaten so gering wie möglich zu halten.

2.2 Wirbelströme im MRT

Trotz der aktiven Schirmung der Gradientenspulen treten bei MRT-Sequenzen deutliche Wirbelstromeffekte auf. Verbleibende Streufelder können Wirbelströme im Kryostaten anregen, die über Wechselwirkung mit dem statischen B_0 -Feld (Lorentzkraft) Bewegungen der metallischen Kessel bewirken. Durch diese Bewegung innerhalb des B_0 -Feldes werden Wirbelströme erzeugt, die wiederum dynamische Magnetfelder verursachen.

Über diese magneto-mechanischen Wechselwirkungen koppeln die metallischen Schichten untereinander und es ergibt sich ein komplexes System, welches sich einer analytischen Lösung entzieht. Die Wirbelströme, die direkt durch die Feldänderung der GC generiert werden, werden im Folgenden primäre Wirbelströme genannt. Wirbelströme, die erst über magneto-mechanische Kopplungen entstehen, werden als sekundäre Wirbelströme bezeichnet.

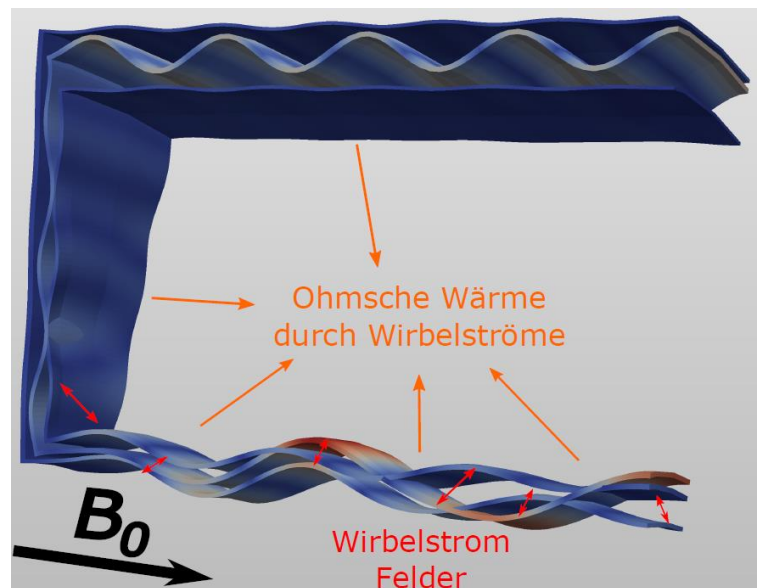


Abbildung 3: Überzeichnete Darstellung der Kesselvibrationen angeregt durch dynamische Gradientenfelder.

2.3 Magneto-mechanische Kräfte und Resonanzen

Die Kräfte, die auf die metallischen Strukturen wirken sind Lorentzkräfte, welche sich entsprechend mittels des Kreuzproduktes aus Wirbelstrom J und magnetischer Flussdichte B berechnen lassen. Dabei setzt sich B aus sämtlichen Feldern an diesem Ort zusammen (B_0 -Feld, GC Streufeld, Felder der Wirbelströme), während J aus der zeitlichen Änderung von B resultiert. Folglich ist die räumliche Verteilung der wirkenden magneto-mechanischen Kräfte, speziell für die x/y-Gradienten, komplex strukturiert (siehe Abbildung 4).

Durch die Lorentzkräfte werden die Kessel in Bewegung versetzt, wobei diese Bewegung als eine Superposition aller Eigenmoden des Körpers dargestellt werden kann. Bedingt durch die Kraftverteilung auf dem Schild werden begünstigt Bewegungsmoden angeregt, die mit dieser Verteilung kompatibel sind (Partizipationsfaktoren, vergleiche Abschnitt 4.4). Aus diesen Eigenmoden treten dominant diejenigen auf, deren Eigenfrequenz nahe an der Frequenz der anregenden Krafteinwirkung liegen (Resonanzeffekt).

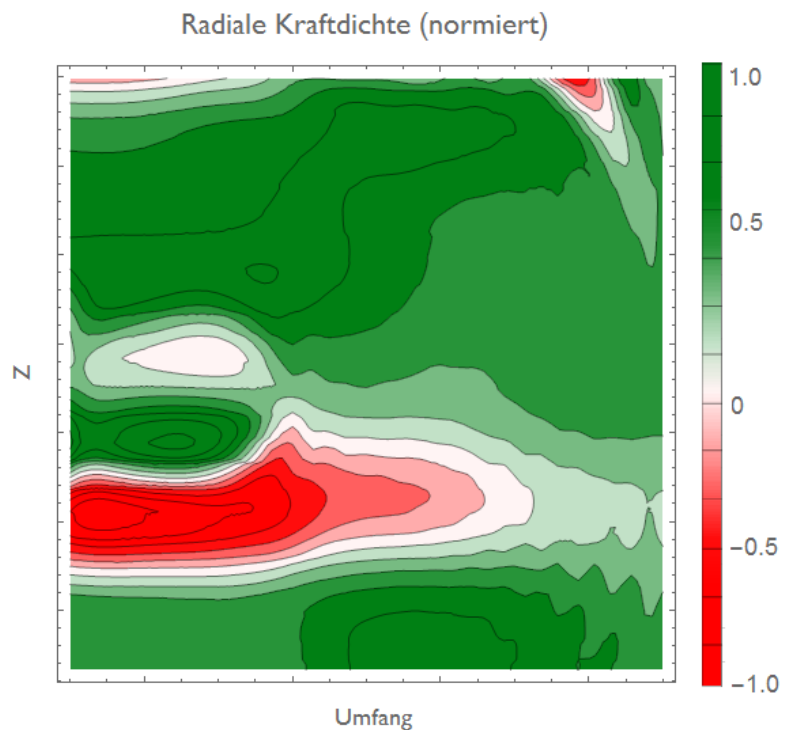


Abbildung. 4 Konturplot einer typischen Kraftverteilung auf einem Ausschnitt der kryogenischen Schildoberfläche.

Besonders starke sekundäre Wirbelstromeffekte können dementsprechend bei MRT-Sequenzen mit schnellen periodischen Gradientenschaltungen beobachtet werden. Durch die periodische Anregung der Kryostatbewegung können über Resonanzen relativ ausgeprägte Vibrationen der metallischen Kessel generieren. Infolge dessen werden durch die Bewegung starke sekundäre Wirbelströme induziert, welche zum Großteil in ohmsche Wärme umgesetzt werden.

2.4 Physikalische Beschreibung

Die komplexe Interaktion von Magnetfeld und Mechanik lässt sich durch geeignete Finite-Elemente-Verfahren numerisch beschreiben. Bedingt durch die Kopplung kann es, je nach Anwendungsfall, zu nichtlinearen Effekten selbst bei linearer Betrachtung der beteiligten Einzelfelder kommen.

Bei den hier betrachteten magnetischen Anwendungen handelt es sich ausschließlich um niederfrequente Wirbelstromprobleme. Ausgehend von den Maxwell'schen Gleichungen erfolgt deren physikalische Beschreibung durch die Differentialgleichung $\nabla \times (1/\mu \cdot \nabla \times A) = J_i - \sigma \dot{A}$. Darin bezeichnen A das magnetische Vektorpotential, μ die Permeabilität, σ die elektrische Leitfähigkeit und J_i die Stromdichten der anregenden eingespeisten Ströme.

Im Rahmen der linearen Elastizitätstheorie wird unter Vernachlässigung von Dämpfungseffekten die Deformation und Bewegung eines isotropen Festkörpers durch die Differentialgleichung $E/(2 + 2\nu) \cdot ((\nabla \cdot \nabla)u + 1/(1 - 2\nu) \cdot \nabla(\nabla \cdot u)) + f = \rho \ddot{u}$ beschrieben. Hierin sind E der Elastizitätsmodul, ν die Poisson-Zahl, ρ die Dichte und u bzw. f die Verschiebung respektive die anregende Volumenkraftdichte.

Ursache für die magneto-mechanische Kopplung sind die in leitfähigen Körpern durch Bewegung oder Änderung des Magnetfeldes induzierten Wirbelströme $J_e = -\sigma \dot{A} + \sigma \dot{u} \times B = -\sigma \dot{A} + \sigma \dot{u} \times (\nabla \times A)$ beziehungsweise Lorentzkräfte $f_V = J \times B = (J_i + J_e) \times B = (J_i - \sigma \dot{A} + \sigma \dot{u} \times (\nabla \times A)) \times (\nabla \times A)$. Falls das magnetische Feld durch die Bewegung bzw. Deformation des Körpers signifikante Änderungen erfährt, ist eine geometrisch nichtlineare Formulierung zu verwenden.

Diese bedingt in den obigen Gleichungen zusätzliche Terme, die insbesondere im 3D-Fall zu berücksichtigen sind. Bedingt durch die multilinearen Ausdrücke in den Kopplungstermen können, wie bereits erwähnt, im gekoppelten Fall auch bei linearem Verhalten der Einzelfelder (Magnetik und Mechanik) nichtlineare Effekte auftreten.

2.5 Motivation

Zur Gewährleistung eines sicheren und stabilen Betriebs bei minimiertem Kostenaufwand, ist es wichtig den Wärmeeintrag in den Kryostaten bei Gradientenspulenaktivität zu optimieren. Um die Vorgänge, die zu diesem Wärmeeintrag führen, besser zu verstehen und Vorhersagen treffen zu können, wurden bei bisherigen FE-Simulationsansätzen direkte oder iterativ gekoppelte Lösungsmethoden verwendet [1,2]. Der hier vorgestellte Algorithmus erlaubt eine schnelle Kontrolle der Netzeigenschaften mit Blick auf die nötige magneto-mechanische Kompatibilität des Netzes. Das bedeutet, dass die Diskretisierung ausreichend ist, um sowohl die magnetischen als auch die mechanischen Vorgänge ausreichend genau zu approximieren. Dazu werden alleine aus der Streufeldverteilung der GC, dem Grundmagnetfeld und den Modeninformatoren des MR-Gehäuses wertvolle Informationen über die „Güte“ der auftretenden Kopplungen generiert.

Das Grundprinzip der Abschätzung ist vergleichbar mit der Berechnung von modalen Partizipationsfaktoren. Pro Modellkonfiguration wird der Berechnungsaufwand dabei auf eine statische Magnetik-Simulation, eine Modenanalyse und einfache „linear algebraische (Matrix-/ Vektor-) Operationen“ beschränkt. Dadurch wird umgangen, dass die rechenintensiven vollständig gekoppelten Simulationen für die Netzbewertung durchgeführt werden müssen, wodurch die Optimierung des Modells effizienter gestaltet wird. Zudem erleichtert es das vorgestellte Verfahren abzuschätzen, bis zu welchen Frequenzen die Lösung des Gesamtsystems (welches die volle Kopplung abbildet) konvergiert ist,

3 Formulierung der Algorithmen

Als Referenz- und Startpunkt wird eine gekoppelte Simulation mit feiner Gitterauflösung verwendet. Diese Simulation berechnet den Wärmeeintrag in den Magneten über Wirbelstromverluste (siehe Abschnitt 3.1).

Das zugrundeliegende Modell wird dann auf die grundlegenden Komponenten reduziert und es werden die Partizipationsfaktoren (PFs) wie in Abschnitt 3.2 beschrieben bestimmt. Eine Verminderung der Komplexität wird zum einen darüber erreicht, dass ausschließlich das Verhalten des kryogenischen Schildes simuliert wird. Die Kombination aus geringer Dichte und hoher Leitfähigkeit, die der kryogenische Schild charakterisieren führen zu einem dominanten Einfluss dieser Komponente auf das Kopplungsverhalten des Systems. Die geringe Dichte erlaubt große Bewegungsgeschwindigkeiten, während die hohe Leitfähigkeit die Menge an absorbierte Strahlung und folglich starke Wirbelströme bedingt.

Zusätzlich wird aufgrund der Nähe zur GC und den Hauptspulen angenommen, dass der innere Zylinder des Schildes den Großteil der Wirbelstromanregung erfährt. Entsprechend wird nur dieser innere Zylinder bei der Berechnung der PFs ausgewertet. Bedingt durch die flächige Geometrie des Schildes wird außerdem nur die zu dieser Fläche senkrechte Feldkomponente des Streufeldes als Wirbelstromerzeuger betrachtet.

Als Näherung für das magnetische Streufeld, welches auf den kryogenischen Schild trifft, wird eine rein statische Magnetfeldberechnung der GC zugrunde gelegt. Folglich werden keinerlei Einflüsse von dynamischem Verhalten, wie beispielsweise das Abklingverhalten der Wirbelströme, berücksichtigt.

Anhand einer 3D Simulation eines y -Gradienten wird darauf aufbauend eine Optimierung des Netzes durchgeführt (siehe Abschnitt 4). Gegen die Referenz-PFs werden die PFs von Modellen mit gröberer Vernetzung verglichen. An der Abweichung der PFs lässt sich ableiten, ob die gewählte Vermaschung für die Durchführung einer gekoppelten Simulation mit diesem Modell ausreichend fein ist. Das erlaubt eine beschleunigte Modelloptimierung ohne zeitintensive vollständig gekoppelte Simulationen.

3.1 Simulation der Wirbelstromverluste im Magnetgehäuse mittels einer direkt gekoppelten Lösung

Zur numerischen Simulation des vollgekoppelten magneto-mechanischen Problems mittels finiter Elemente ist neben der Betrachtung der Einzelprobleme die Behandlung der Kopplungsterme von essentieller Bedeutung. Das resultierende Gesamtsystem ergibt sich unter Berücksichtigung der Koppelterme als

$$\begin{aligned}K_u u + C_u \dot{u} + M_u \ddot{u} &= F(A) \\K_A(u)A + M_A(u)\dot{A} &= J(u, A)\end{aligned}$$

Darin ist die Abhängigkeit der Permeabilitäts- und Leitfähigkeitsmatrizen in der Magnetik vom augenblicklichen Verschiebungszustand nochmals explizit enthalten. Die Lösung des Gleichungssystems kann iterativ entsprechend [5] genähert werden.

Das oben dargestellte Verfahren ist in dieser Form nur für transiente Probleme einsetzbar, da Nichtlinearitäten außerhalb des Zeitbereichs schwer handhabbar sind. Bei MRT-Anlagen bietet sich allerdings noch ein weiteres Verfahren an, welches die Lösung der Probleme im Frequenzbereich zulässt (siehe [2]). Hierzu wird das Gesamtfeld mittels eines Separationsansatzes in das stationäre Grundfeld und die instationären Schwankungen, mit deutlich reduzierter Amplitude, aufgeteilt. Gleiches gilt auch für das Vektorpotential und die (Wirbel-)Ströme. Insgesamt ergibt sich damit dann $A(t) = A_0 + A_{\sim}(t)$, $B(t) = B_0 + B_{\sim}(t)$ und $J(t) = J_0 + J_{\sim}(t)$. Nach einem Linearisierungsverfahren und der Vernachlässigung der Terme höherer Ordnung lässt sich das Gesamtsystem im Frequenzraum darstellen über

$$\left(\begin{pmatrix} K_u & 0 \\ 0 & K_A \end{pmatrix} + j\omega \begin{pmatrix} C_u & C_{uA} \\ C_{Au} & M_A \end{pmatrix} - \omega^2 \begin{pmatrix} M_u & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} u \\ A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_j \\ J_i \end{pmatrix}$$

Dabei sind in der mechanischen Dämpfungsmatrix nicht nur die mechanischen Dämpfungseffekte, sondern auch die durch die Bewegung im Grundfeld erzeugten Dämpfungskräfte mit enthalten.

3.2 Algorithmus zur Bestimmung der magneto-mechanischen Partizipationsfaktoren

3.2.1 Modalanalyse

Für die Berechnung der Eigenmoden wurde wie bei 3.1 aus Symmetriegründen ein Achtelmodell des kryogenischen Schildes verwendet. Als Ergebnis werden hier die Verschiebungen der Flächenelemente auf der Innenkante des Zylinders ausgegeben. Um vergleichbare Ergebnisse der einzelnen Moden zu erhalten, werden für die PF Berechnung alle Moden mittels ihrer integralen Auslenkung normiert. Die Stirnflächen und der äußere Zylindermantel werden hierbei mit berücksichtigt, um die korrekten Randbedingungen für den inneren Zylinder zu gewährleisten.

3.2.2 GC-Streifeld-Berechnung mittels Biôt-Savart-Formulierung

Die in MRT-Geräten verwendeten Gradientenspulen können, insbesondere für die x- und y-Gradienten, ein sehr komplexes Design aufweisen. Dieses ist bei einer Standard-Formulierung vollkommen durch ein 3D-Volumenmodell der GC im FE-Gitter zu erfassen. Eine Möglichkeit, diesen komplexen Modellierungsaufwand zu vermeiden, besteht in der Verwendung von Linienstromquellen, für die das erzeugte Feld durch folgende Integraldarstellung berechnet werden kann.

$$B(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_C \frac{Idl \times r'}{|r'|^3}$$

Die Berechnung der senkrechten Feldkomponente auf den Flächenelementen wird mittels dieser Biôt-Savart-Formulierung durchgeführt. Da die Biôt-Savart-Leiter nicht in das FE-Netz eingebunden werden müssen, kann das Modell wiederum auf den kryogenischen Schild beschränkt werden. Dadurch wird die Modellierungs- und Berechnungsdauer minimiert. Darüber hinaus muss kein umgebendes Netz in der Optimierung berücksichtigt werden.

3.2.3 Hauptmagnetfeld

Das Hauptmagnetfeld wird einmalig örtlich fein aufgelöst berechnet und für die verschiedenen Netze auf die jeweiligen Elementmittelpunkte interpoliert. Verwendet wird dazu ebenfalls ein Biôt-Savart-Ansatz für homogene Stromdichteverteilungen, dessen Lösung [6] folgt.

3.2.4 Wirbelstrom- und Kraftverteilung

Zur Berechnung der Partizipationsfaktoren wird die Kraftverteilung aus der Überlagerung der Magnetfelder des Hauptmagneten mit dem der GC ermittelt. Dazu wird angenommen, dass das Streufeld der GC komplett über die Wirbelströme auf dem hoch leitfähigen kryogenischen Schild kompensiert wird. Entsprechend kann der Strom mittels der Rotation der senkrechten Feldkomponente des Streufeldes gebildet werden. Anschließend wird ein Maß für die wirkenden Lorentzkräfte als Vektorprodukt des Stromes mit dem B_0 -Feld des Hauptmagneten berechnet.

$$F(r) \sim J(r) \times B_0(r) \sim (\nabla \times B_{\perp}(r)) \times B_0(r)$$

Hierfür müssen örtliche Ableitungen des Streufeldes bestimmt werden. Um das zu ermöglichen, wird das GC-Feld zwischen den Elementmittelpunkten interpoliert und daran die Rotation ausgewertet.

3.2.5 Modale Partizipationsfaktoren

Auf FE-Elementbasis wird für jede Mode das Skalarprodukte aus der modalen Verschiebung (3.2.1) und der Kraft (3.2.4) berechnet. Der Partizipationsfaktor einer Mode k ist das Ergebnis der Summe all dieser Produkte.

$$P_k = \frac{|\sum F(r) \circ u_k(r)|}{\sum |u_k(r)|}$$

4 Studie zur Optimierung des FE-Gitters für einen y-Gradienten

Ein effizientes Gitter zeichnet sich dadurch aus, dass es mit minimaler Rechenzeit aussagekräftige, belastbare Ergebnisse produziert. Folglich muss die Anzahl der verwendeten finiten Elemente möglichst gering gehalten werden, aber die Abbildung des physikalischen Verhaltens gewährleistet bleiben.

Im Allgemeinen kann man dazu eine Simulation über den gesamten gewünschten Zeit- oder Frequenzbereich mit unterschiedlichen Netzen durchführen. Durch Vergleich der Ergebnisse kann man dann erkennen, welches Netz ausreichend ist, um die Physik korrekt abzubilden.

Eine andere Möglichkeit ist, Netzeinflüsse für Mechanik und Magnetik getrennt zu analysieren, um festzustellen ob beide im gesamten Frequenzbereich komplett konvergiert sind. Für die Mechanik heißt dies beispielsweise, dass sämtliche Moden, die in dem entsprechenden Frequenzbereich auftreten, konvergiert sein sollten. Für die Magnetik wiederum muss das Netz fein genug sein, um sämtliche auftretenden Felder und Wirbelströme abbilden zu können.

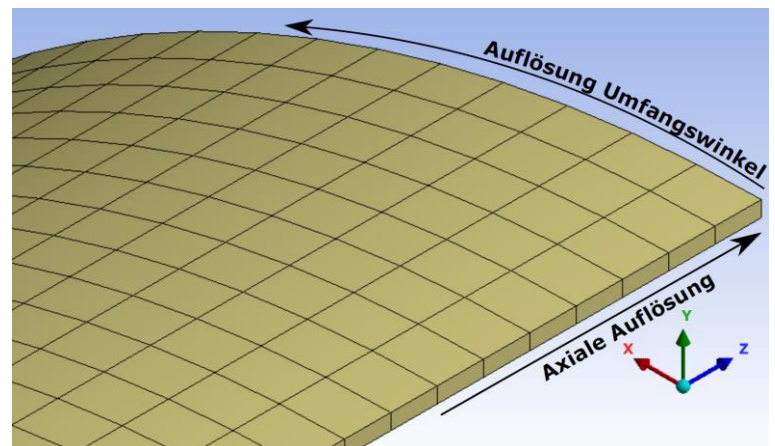


Abbildung 5: Visualisierung einer beispielhaften Netzaufteilung auf dem inneren Zylinder des kryogenischen Schildes. Die schwarzen Pfeile zeigen die beiden in der Studie unabhängig voneinander variierten Elementlängen an.

Während die erste Methode – bei entsprechender Komplexität des Problems – viel Zeit in Anspruch nehmen kann, führt die zweite Methode unter Umständen zu “überoptimierten“ Modellen, welche die Rechenzeit und den Speicherbedarf der vollen Simulation unnötig erhöhen.

Prinzipiell ist es lediglich nötig, dass diejenigen mechanischen Moden konvergiert sind, welche auch angeregt werden können. Analog muss es dem Netz nur möglich sein, die Wirbelströme abzubilden, die sich aufgrund der Anregung auch ausbilden können. Dies kann schnell mit den oben beschriebenen PFs untersucht werden.

Für die beschriebene Simulation in Abschnitt 3.1 muss die Netzdiskretisierung entsprechend in der Lage sein, sowohl die auftretenden mechanischen Moden als auch die Kraftverteilung aufgrund des Streufeldes zu beschreiben. Ob diese Kriterien erfüllt sind, lässt sich schnell mit den oben beschriebenen PFs ermitteln, ohne komplett gekoppelte Modelle erstellen und berechnen zu müssen. Untersucht wurden zwei Frequenzbereiche, ein niederfrequenter zwischen 0Hz und 600Hz und ein höherfrequenter zwischen 1800Hz und 2300 Hz.

Die Elementgröße des regelmäßigen Netzes rechteckiger Elemente 1.Ordnung wurde dabei individuell entlang der axialen und der azimuthalen Richtung variiert (Abbildung 5). Die axiale Elementgröße wurde in einem Intervall von 48mm bis 6mm untersucht, wobei die Winkelauflösung entlang des Umfangs 2° betrug. Für die Analyse in Umfangsrichtung lagen die Intervallgrenzen bei 6° und 2°, wobei die axiale Elementlänge bei 6mm fixiert war.

5 Ergebnisse

5.1 Vergleich der PF-Ergebnisse mit den Ergebnissen der komplexen Simulation

Im hochfrequenten Bereich lässt sich eine Korrelation zwischen den PFs und der Simulation des Wärmeeintrags erkennen (Abbildung 6 rechts). Es ist jedoch ein Frequenzversatz von ungefähr 50Hz vorhanden, um den die PFs tiefer liegen als in der kompletten Simulation. Außerdem zeigt sich, dass die Amplitudenverhältnisse der PFs zueinander sich nicht direkt auf die Wärmeeinträge bei den Frequenzen übertragen lassen.

Das fällt vor allem auch im niederfrequenten Bereich (Abbildung 6 links) auf. Hier sind kaum Übereinstimmungen zwischen dem berechneten Wärmeeintrag und den PFs zu erkennen. Begründen lässt sich diese Abweichung anhand des Einflusses der weiteren Strukturen, die in der komplexen Simulation berücksichtigt werden. Dennoch lassen sich die PFs zur Optimierung des Finite-Elemente-Gitters verwenden.

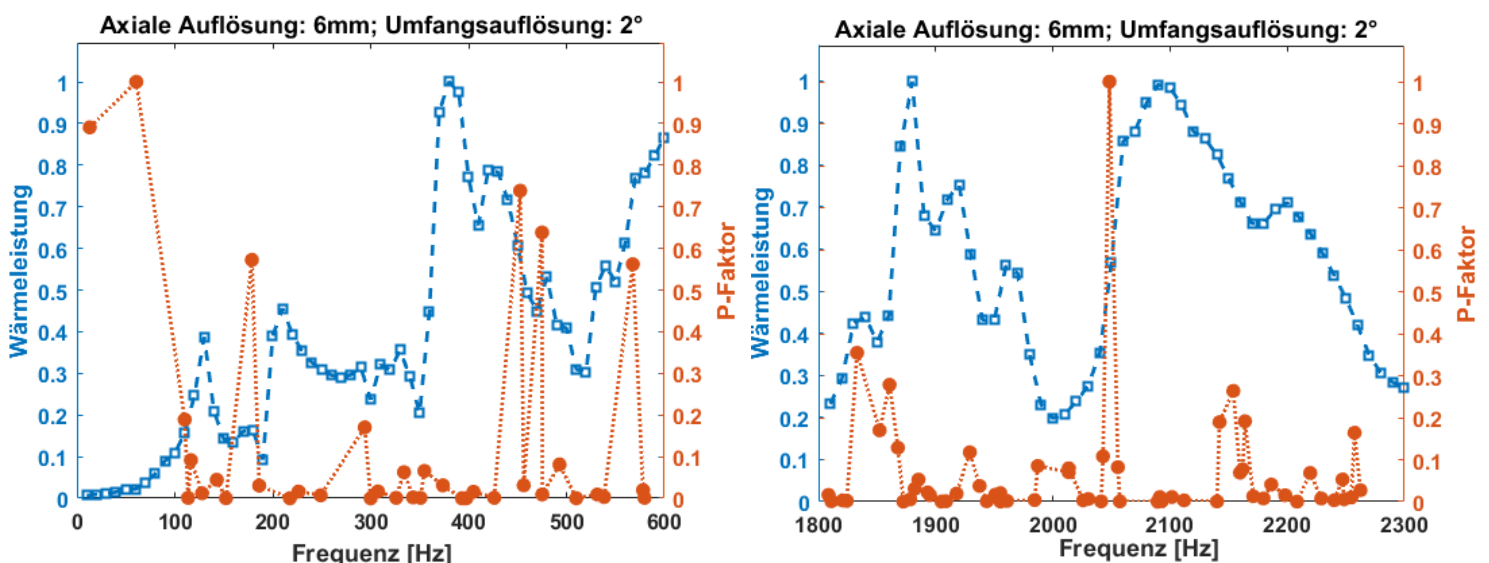


Abbildung 6: Vergleich der berechneten Wärmeleistungsspektren überlagert mit den errechneten PFs für den niederfrequenten Bereich (links) und den hochfrequenten Bereich (rechts), jeweils bei der feinsten untersuchten Auflösung. Die Werte sind auf ihren jeweiligen Maximalwert normiert.

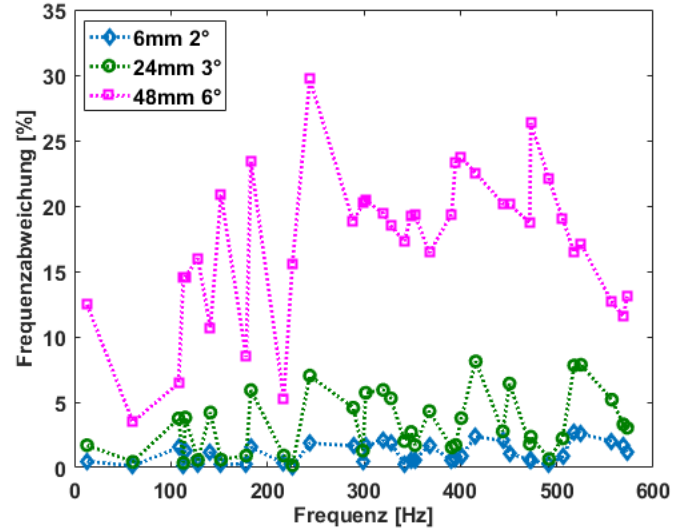
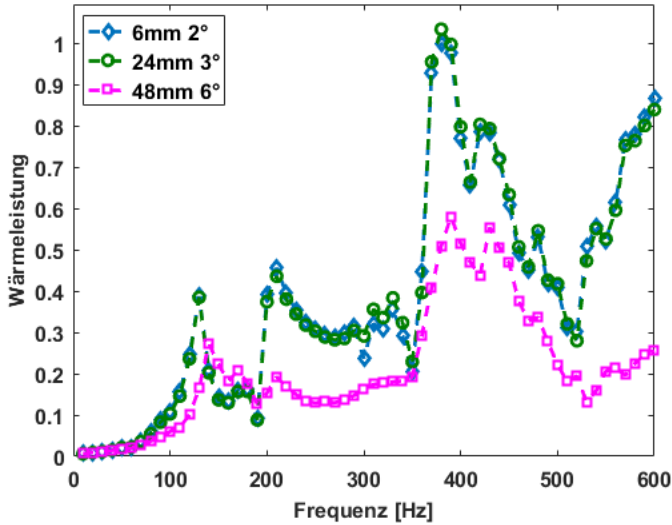


Abbildung 7: Plots zum Vergleich der Netzqualität im niederfrequenten Bereich. Es zeigt die Ergebnisse für ein zu feines, für ein zu grobes und für das optimierte Netz. Links sind dazu die Wärmeleistungsspektren mittels der gekoppelten Simulation dargestellt. Der rechte Plot zeigt die prozentuale Abweichung der berechneten Eigenfrequenzen der Netze von einem sehr feinen Referenz-Netz.

5.2 Optimierung des FE-Gitters

Abbildung 8 zeigt die PFs der untersuchten Netze. Im niederfrequenten Bereich lässt sich erkennen, dass die PFs kaum noch signifikante Änderungen aufweisen, sobald eine Winkelauflösung von 3° respektive eine axiale Auflösung von 24mm erreicht werden. Das Netz mit 3° Winkelauflösung und 24mm axialer Auflösung wird in Abbildung 7 links mittels des voll gekoppelten Ergebnisses mit einem feineren und einem gröberem Netz verglichen. Der Plot bestätigt den Eindruck, dass keine markanten Unterschiede zwischen dem erzielten Ergebnis bestehen und das Netz mit optimierter Auflösung für die Simulation in diesem Frequenzbereich geeignet ist.

Im rechten Plot ist eine rein mechanische Optimierungsmethode dargestellt. Hierbei wird die Abweichung in den Eigenfrequenzen der untersuchten Netze zu einem sehr fein diskretisierten Netz untersucht. Die grünen Werte zeigen hier im Vergleich zur gekoppelten Rechnung deutlich markantere Abweichungen. Der Unterschied zum Referenzergebnis mit dem gröberem Netz (grün, 24mm 3°) würde suggerieren, dass dieses Netz nicht ausreichend ist, um die Physik korrekt zu beschreiben. Man sieht noch Abweichungen der Frequenz von bis zu 8%. Das heißt, diese Methode würde vermeintlich zu einem überspezifizierten und damit ineffizienteren Netz führen als über den PF-Algorithmus.

Die Effizienzsteigerung durch die Netzoptimierung lässt sich anhand der Rechenzeit für die direkt gekoppelte Simulation bewerten. Beim optimierten Netz belief sich die Berechnungsdauer zu 38h bei 28,8GB Arbeitsspeicherbedarf, das feine Netz benötigte 60h und 42,6GB Speicher.

Im Hochfrequenten zeigt sich eine Konvergenz für die axiale Auflösung bei 12mm, für die Umfangsrichtung konnte im untersuchten Auflösungsintervall jedoch noch keine komplette Konvergenz erreicht werden. Lediglich der Frequenzbereich bis zum dominanten PF scheint hier konvergiert. Dabei ist zu beachten, dass eine feinere Auflösung des Netzes zu einer Frequenzverschiebung der Eigenmoden zu niedrigeren Frequenzen führt. Eine gröbere Ortsabtastung führt zu einem steiferen Verhalten des Models und damit zu entsprechend höheren Eigenfrequenzen.

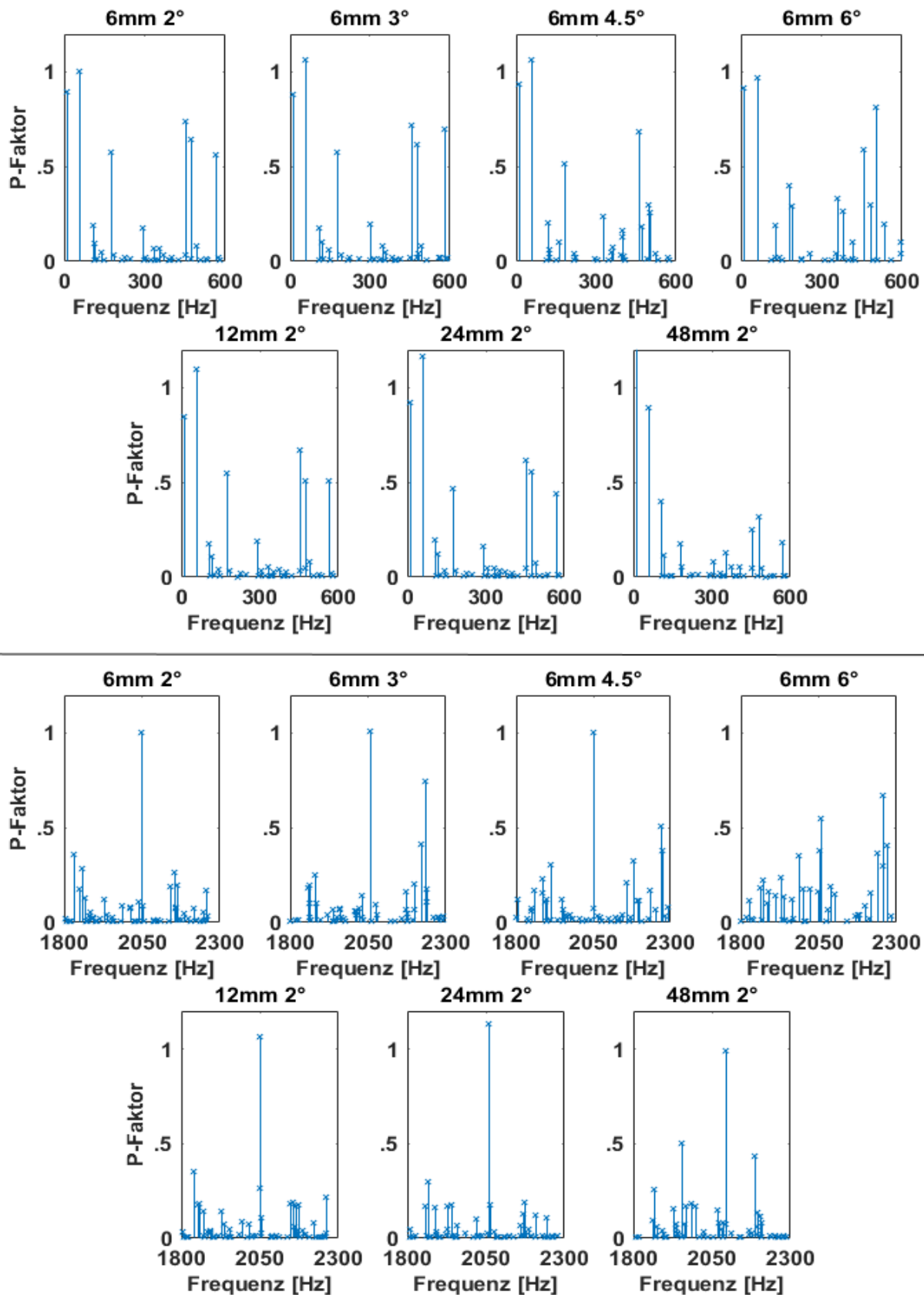


Abbildung 8: Partizipationsfaktor Studie für den niederfrequenten Bereich (oben) und den hochfrequenten Bereich (unten). Die axiale und azimutale Winkelauflösung sind jeweils über den Plots notiert. Alle Plots sind auf den maximalen PF innerhalb des Frequenzbereichs bei feinsten Netzauflösung normiert.

6 Diskussion

Aus dem Vergleichen der komplett gekoppelten Simulationen mit den errechneten PFs ergibt sich im hochfrequenten Bereich, dass die berechneten PFs eine gute Näherung für das Verhalten des Systems darstellen. Dabei ist jedoch der Frequenzshift zu niedrigeren Frequenzen im Vergleich zu der gekoppelten Rechnung zu beachten. Dieser ergibt sich aus dem steiferen Verhalten der leitfähigen Strukturen in Gegenwart eines starken Magnetfeldes. Allerdings zeigt die Netzstudie mit den PFs, dass die Vermaschung für Frequenzen oberhalb von 2050Hz selbst mit den kleinsten angewandten Parametern noch nicht fein genug ist, um die Konvergenz des Netzes komplett zu bestätigen. Folglich sollten die Ergebnisse der gekoppelten Rechnung in diesem Frequenzbereich bei Verwendung der betrachteten Netze auch hinterfragt werden.

Die unterschiedlichen Amplitudenverhältnisse innerhalb der PF und der Wärmeleistungsberechnung lassen sich dadurch erklären, dass jede Mode entsprechend ihrer Form andere sekundäre Wirbelstromverteilungen erzeugt. Das ist abhängig davon, wie sich die Mode relativ zum Grundfeld bewegt. Bewegungen in einem homogenen Feldbereich erzeugen keine Ströme. Daher besteht kein trivialer Zusammenhang zwischen PF-Amplitude und Wärmeeintrag.

Im niederfrequenten Bereich zeigt sich, dass bereits mit den aus der Studie ermittelten Parameter mit einem gröberen Netz (24mm axial und 3° in Umfangsrichtung) vergleichbare Ergebnisse wie mit dem feinsten Netz erzielt werden können. Allerdings lassen sich die PF-Werte nicht mit den Berechnungen zum Wärmeeintrag in Einklang bringen. Unter der Annahme, dass die PF-Berechnung auch hier korrekte Ergebnisse erzielt hat, legt das die Vermutung nahe, dass die Resonanzen im Wärmeleistungsspektrum nicht allein über den inneren Zylinder des kryogenischen Schildes festgelegt werden. Im niederfrequenten Bereich haben die anderen Systemkomponenten (siehe Abbildung 1) stärkeren Einfluss auf das Endergebnis, den Wärmeeintrag in den Magneten. Dennoch wird der die Umwandlung der Streufelder in Kräfte dominant auf dem kryogenischen Schild stattfinden und damit das weitere Verhalten antreiben. Entsprechend notwendig ist es, dieses Verhalten richtig zu beschreiben. Das heißt, nur wenn alle Moden des Schildes mit der entsprechenden Wirbelstromverteilung korrekt wiedergegeben werden, kann auch das Gesamtsystem richtig abgebildet werden. Zwar sind die Partizipationsfaktoren nicht hinreichend, um die Physik komplett zu modellieren, dennoch ist es möglich mit ihnen den Beginn des Kopplungsmechanismus zu erfassen.

Neben den aufgezeigten Vorteilen der Optimierung der Netze mit magneto-mechanischen PFs im Vergleich zu konventionellen Ansätzen, könnten zukünftig die PFs auch unterstützend beim Design neuer GCs eingesetzt werden. Dazu könnte bei konstanter Vernetzung das Leiterdesign variiert werden und über die PFs die magneto-mechanischen Auswirkungen abgeschätzt werden.

7 Referenzen

- [1] C. A. Ströhlein, A. Krug, H. Landes: Feldstörungen und Wirbelstromverluste in MRT-Systemen aufgrund magneto-mechanischer Interaktionen. CASC 2016, Nürnberg
- [2] H. Landes, A. Krug, P. Dietz, A. Stein: Modal Analysis for Coupled Magneto-Mechanical Systems Applied to MRI Scanners, ACUM 2012, Kassel
- [3] M. Rausch, G. Gebhardt, M. Kaltenbacher, H. Landes: Computer-aided design of clinical resonance imaging scanners by coupled magnetomechanical-acoustic modeling. *IEEE Trans. Mag.*, 41, 2005
- [4] H. Landes, P. Dietz, A. Krug, A. Stein: Simulations in Ultra-High-Field Magnetic Resonance Imaging, ACUM 2010, Aachen
- [5] M. Kaltenbacher: Numerical simulation of mechatronic sensors and actuators, 3rd ed., Springer, 2015
- [6] L.K. Urankar: Vector potential and magnetic field of current-carrying finite arc segment in analytical form, Part III: Exact computation for rectangular cross section, *IEEE.Trans.Mag.*, Vol. Mag-18, pp.1860-1867, 1982